

УДК 614.84:5192+51-77

kaibichev@mail.ru

**К ВОПРОСУ ОБ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ КОББА – ДУГЛАСА
В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПОЖАРНОЙ СТАТИСТИКИ****TO THE QUESTION ABOUT KOBBA-DUGLAS MODELS ADEQUACY I
N TEMPORARY ROWS FIREMAN STATISTICS FORECASTING**

*Кайбичев И. А., доктор физико-математических наук, доцент,
Уральский институт ГПС МЧС России, Екатеринбург,
Кайбичева Е. И., кандидат экономических наук,
Уральский государственный экономический университет, Екатеринбург*

*Kaibichev I. A.,
The Ural Institute of State Firefighting Service of Ministry
of Russian Federation for Civil Defense, Yekaterinburg,
Kaibicheva E. I.,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg*

Рассмотрен вопрос адекватности моделирования временных рядов пожарной статистики России с помощью производственной функции Кобба – Дугласа. В итоге исследования доказано, что с вероятностью 0,99 модель Кобба – Дугласа числа пожаров в Российской Федерации ошибочна. Установлено, что число пожаров и ВВП в период 2001-2016 гг. практически линейно зависели от номера года. Предложена линейная модель связи числа пожаров в Российской Федерации с номером года. Проверены гипотезы об уровне значимости коэффициента регрессии в линейной модели. С вероятностью 0,99 установлено, что коэффициент регрессии отличен от нуля. С вероятностью 0,99 определен доверительный интервал для коэффициента регрессии. Рассмотрена возможность описания зависимости числа пожаров в Российской Федерации от номера года нелинейной моделью в виде степенной функции. Сравнение нелинейной модели с линейной показало, что нелинейная модель не приводила к улучшению качества прогноза.

Ключевые слова: математическая модель, временные ряды, пожарная статистика, число пожаров, Российская Федерация.

The considered question about adequacy of modeling of the temporary rows fireman statistics to Russia by means of production function Kobba-Douglas. As a result, the study proved that the probability of 0.99 Cobb-Douglas model of the number of fires in the Russian Federation is erroneous. It was found that the number of fires and GDP in the period 2001-2016 depended almost linearly on the number of years. The linear model of connection of number of fires in the Russian Federation with number of year is offered. Hypotheses about the significance level of the regression coefficient in the linear model are tested. With a probability of 0.99 it was found that the regression coefficient is different from zero. The confidence interval for the regression coefficient was determined with a probability of 0.99. The possibility of describing the dependence of the number of fires in the Russian Federation on the year number by a nonlinear model in the form of a power function is considered. Comparison of the nonlinear model with the linear one showed that the nonlinear model did not lead to improvement of the forecast quality.

Keywords: the mathematical model, temporary rows, fireman statistics, fire number, Russian Federation.

Математические модели временных рядов часто применялись при исследованиях в области пожарной безопасности. Например, зависимость числа пожаров за год на объектах с обращением нефтепродуктов в 2000–2013 годах от номера года аппроксимировали линейным трендом [1].

Анализ обстановки с городскими пожарами в Пензенской области показал адекватность моделей в виде полиномов второй степени [2].

В Ивановской области количество пожаров в большинстве муниципалитетов аппроксимирует полином 2 или 3 степени [3].

В исследованиях Пранова для описания количества пожаров на территории Российской Федерации и США использована многофакторная модель Кобба – Дугласа [4,5]. Для Российской Федерации предложена зависимость [4]:

$$Y=292,195 * X_1^{-0,251} * X_2^{0,098}. \quad (1)$$

Здесь Y – число пожаров на территории Российской Федерации, X_1 – величина валового внутреннего продукта (ВВП), X_2 – численность населения. Для расчетов были использованы статистические данные 2002-2013 годов. Коэффициент корреляции между фактическим числом пожаров и модельными значениями составил 0,964 [4].

В случае выбора факторов X_1 – стоимость основных фондов (трлн руб.) и X_2 – численность населения (млн чел.) параметры модели меняются [4]:

$$Y=358,075 * X_1^{-0,269} * X_2^{0,106}. \quad (2)$$

Для расчетов были использованы статистические данные 2002-2012 годов. Коэффициент корреляции между статистическими данными и моделью равен 0,994 [4].

Для США в работе [4] представлен график сравнения результатов моделирования материального ущерба от пожаров

с фактическими показателями 2006-2011 годов. Самой математической модели в виде формулы нет.

В работе [5] число пожаров в Российской Федерации аппроксимировали линейной функцией

$$Y=-179,868+3,059 * X_1-0,772 * X_2. \quad (3)$$

Здесь Y – число пожаров на территории Российской Федерации, X_1 – численность населения, X_2 – основные фонды. Коэффициент корреляции статистических данных с моделью равен 0,991. Коэффициент корреляции числа пожаров (Y) с основными фондами (X_2) равен – 0,986. В работе [5] отмечалось, что аппроксимация числа пожаров формулой (3) приводит к выводу об уменьшении числа пожаров при увеличении основных фондов. Пранов считал [5], что это противоречит здравому смыслу. Ошибка прогноза на 2016 год по формуле (3) составила – 8,2 %. По мнению Пранова аппроксимация (3) дает заниженный результат прогноза [5].

Аппроксимация производственной функцией Кобба – Дугласа дала результат [5]:

$$Y=1317,368 * X_1^{-0,132} * X_2^{-0,294}. \quad (4)$$

Ошибка прогноза на 2016 год составила 3,6 %. Коэффициент корреляции между статистическими данными и моделью (4) равен 0,988.

Несмотря на убедительность результатов работ [4, 5] есть сомнения в адекватности предложенных моделей Кобба-Дугласа для количества пожаров.

Первая проблема состоит в том, что корреляционный анализ основных показателей пожарной статистики в Российской Федерации за 2001–2015 годы показал [6], что количество пожаров линейно зависит от фактора времени, последний учитывался путем задания номера года [6]. Коэффициенты этой линейной аппроксимации были установлены в

результате регрессионного анализа [7]. Зависимость от времени в работах Пранова [4, 5] не учитывалась. Поэтому возможны две ситуации. Первая – в исследованиях Пранова фактор времени не учтен. Вторая – от времени могут зависеть численность населения, основные фонды, величина ВВП. Тогда зависимость от времени будет неявной.

Вторая и более серьезная проблема состоит в том, что корреляционный анализ данных 2001-2015 годов показал независимость количества пожаров от численности населения [8-10]. Для коэффициента корреляции в работе [8] получено значение 0,12. Это ставит под сомнение правомерность включения численности населения в модель.

Для выяснения возникших вопросов выполним корреляционный анализ количества пожаров, величины ВВП, размера основных фондов и численности населения в Российской Федерации.

Для оценки тесноты связи между двумя переменными используют коэффициент линейной корреляции Пирсона [11]:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2][\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2]}}, \quad (5)$$

где x_i, y_i – числовые значения рассматриваемых переменных, \bar{x}, \bar{y} – их средние значения, n – объем выборки. При расчетах в работе [8] использованы данные 15 годов ($n = 15$). При малом объеме выборки ($n < 100$) проводят перерасчет коэффициента корреляции [11]:

$$r' = r \left[1 + \frac{1-r^2}{2(n-3)} \right], \quad (6)$$

где r – рассчитанное по формуле (5) значение коэффициента линейной корреляции Пирсона.

Расчет коэффициентов корреляции по формулам (5, 6) по данным 2002-2013 годов привел к следующим результатам (табл. 1). Коэффициент корреляции r' между числом пожаров и ВВП равен 0,98. Для числа пожаров и основных фондов пожаров и основных фондов получили 0,99. Для числа пожаров и численности населения имеем 0,53. Поскольку коэффициент корреляции r' по модулю больше 0,5, то число пожаров зависит от ВВП, основных фондов и численности населения.

Таблица 1

Расчет коэффициентов корреляции между числом пожаров и ВВП, основными фондами, численностью населения в период с 2002 по 2013 гг.

Год	Пожары (тыс.)	ВВП (млрд руб.)	Основные фонды (млрд руб.)	Численность населения (млн чел.)
2002	259,84	10831	24431	145,0
2003	239,29	13208	32173	144,2
2004	231,49	17027	34874	143,5
2005	226,95	21610	41494	143,2
2006	218,57	26917	47489	142,8
2007	211,16	33248	60391	142,8
2008	200,39	41277	74441	142,7
2009	187,49	38807	82303	142,8
2010	179,98	46309	93186	142,9
2011	168,53	59698	108001	143,0
2012	162,98	66927	121269	143,3
2013	153,21	71017	133522	143,7
	r	-0,98	-0,98	0,51
	r'	-0,98	-0,99	0,53

Отметим, что числа пожаров взяты из работы Пранова [4], данные по ВВП, основным фондам и численности населения из статистических сборников [12-18]. В работе Пранова [4] они не приведены.

Заметим, что коэффициент корреляции r' числа пожаров с ВВП и основными фондами практически одинаков. Возникает вопрос, почему Пранов не включил в модель Кобба – Дугласа 3 фактора (ВВП, основные фонды, численность населения).

Возникает предположение о возможной зависимости ВВП и основных фондов. Расчет коэффициента корреляции r' привел к результату 0,99. Поэтому ВВП и основные фонды являются зависимыми переменными. В модель целесообразно включить одну из этих переменных (ВВП или основные фонды). В дальнейшем мы оставим один из факторов – ВВП.

Проверим наличие зависимости между численностью населения и ВВП, основными фондами. Коэффициент корреляции r' между численностью населения и ВВП составил -0,41. Эта величина по модулю меньше 0,5. Следовательно, численность населения и ВВП можно считать независимыми переменными. Коэффициент корреляции r' между численностью населения и основными фондами равен 0,39. Поэтому численность населения и основные фонды можно считать независимыми переменными.

Коэффициент корреляции r' между числом пожаров и численностью населения равен 0,53. Эта величина близка к граничному значению 0,5. При превышении r' по модулю граничного значения зависимость между двумя переменными есть, в противоположном случае переменные друг от друга не зависят.

Выполним проверку значимости коэффициента корреляции между числом пожаров и численностью населения. Формулируем нулевую гипотезу – коэффициент корреляции между числом пожаров и численностью населения r' ра-

вен 0, связи между этими величинами нет.

При малом объеме данных ($n < 100$) для проверки гипотезы об отсутствии корреляции между исследуемыми величинами используется преобразование Фишера [11]:

$$u = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r'}{1-r'}, \quad (7)$$

где r' – скорректированное значение выборочного коэффициента корреляции. Расчет по формуле (7) дал значение $u = 0,586$. Проверка нулевой гипотезы заключается в вычислении значения u и сопоставления его с критическим.

$$u_{\alpha}(n) = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n-3}} \right), \quad (8)$$

где $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ – квантили нормированного распределения: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,960$ для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2,576$ для $\alpha = 0,01$. В нашем случае $n = 12$ критические значения равны $u_{0,05}(12) = 0,653$, $u_{0,01}(12) = 0,859$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ выполняется неравенство $|u| < u_{0,05}(12)$ и принимается нулевая гипотеза. В этом случае коэффициент корреляции между числом пожаров и численностью населения равен нулю. Следовательно, с вероятностью 95 % связи между числом пожаров и численностью населения нет. При уменьшении уровня значимости α до значения 0,01 имеет место неравенство $|u| < u_{0,01}(12)$. Поэтому принимаем нулевую гипотезу. Следовательно, вероятность отсутствия связи между числом пожаров и численностью населения повышается до 99 %.

Тем самым с вероятностью 99 % доказано, что модель Кобба – Дугласа, предложенная Прановым для числа пожаров в Российской Федерации [4], ошибочна. Ошибка состоит в том, что Пранов [4] включил в модель численность насе-

ления. На самом деле число пожаров от численности населения не зависит.

Выполним интервальную оценку коэффициента корреляции между числом пожаров и численностью населения.

Нижнюю границу доверительного интервала для коэффициента корреляции r'_1 находят по формуле [11]:

$$r'_1 = \frac{e^{2u_1} - 1}{e^{2u_1} + 1}, \quad (9)$$

где $u_1 = u - u_\alpha(n)$. Верхняя граница доверительного интервала r'_2 задается формулой (8) при замене $u_1 \rightarrow u_2$, где $u_2 = u + u_\alpha(n)$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ получаем нижнюю границу $r'_1 = -0,27$, верхнюю границу $r'_2 = 0,89$. Ранее для коэффициента корреляции между числом пожаров и численностью населения было получено значение 0,53 (табл. 1). Оно падает в рассчитанный доверительный интервал.

Рассмотрим вопрос о наличии зависимости от времени. Фактор времени будем учитывать путем задания номера года. Коэффициент корреляции между номером года и числом пожаров за 2002–2013 гг. составил -0,996, а $r' = -1,00$. Поэтому число пожаров линейно зависит от номера года. Коэффициент корреляции между номером года и ВВП составил 0,985, а $r' = 0,99$. Связь этих факторов практически линейна. Поэтому зависимость числа пожаров от ВВП, которую обнаружил Пранов [4, 5], возникла из-за того, что оба фактора (число пожаров и ВВП) зависели от времени. Возможность

зависимости от времени в работах Пранова не учитывалась.

В реальности мы имеем простую линейную модель

$$Y = -9,228 * T + 18729,18. \quad (10)$$

Здесь Y – число пожаров, T – время (задаваемое номером года, в нашем случае принимает значения 2002, 2003, ..., 2013). Коэффициенты линейной модели (10) найдены с помощью метода наименьших квадратов [11]. Показателем качества модели часто выступает среднее значение квадрата ошибки. Ошибку находят путем вычитания прогнозных значений из фактических (табл. 2). Отметим, что среднее значение ошибки равно нулю (табл. 2). Коэффициент корреляции между ошибкой и номером года составил $-1,61923 * 10^{-14}$. Эта величина практически равна нулю. Следовательно, зависимости между ошибкой модели и номером года нет. Это позволяет считать ошибку модели случайной величиной.

Результаты расчетов могут зависеть от выбранного периода наблюдений. Поэтому рассмотрим статистические данные 2001–2016 годов [12–33]. Коэффициенты корреляции между числом пожаров и ВВП, основными фондами практически не изменились (табл. 3). Коэффициент корреляции между числом пожаров и численностью населения снизился с 0,53 (табл. 1) до -0,29 (табл. 3). В этом случае зависимость между числом пожаров и численностью населения очень слабая.

Таблица 2

Сравнение фактических и модельных значений

Год	Пожары (тыс.)	Модель	Ошибка	Квадрат
2002	259,84	254,08	5,76	33,19
2003	239,29	244,85	-5,56	30,92
2004	231,49	235,62	-4,13	17,08
2005	226,95	226,39	0,56	0,31
2006	218,57	217,17	1,40	1,97
2007	211,16	207,94	3,22	10,38
2008	200,39	198,71	1,68	2,83

2009	187,49	189,48	-1,99	3,96
2010	179,98	180,25	-0,27	0,07
2011	168,53	171,02	-2,49	6,22
2012	162,98	161,80	1,18	1,40
2013	153,21	152,57	0,64	0,41
среднее	203,32	203,32	0,00	9,06

Выполним проверку значимости коэффициента корреляции между числом пожаров и численностью населения. Формулируем нулевую гипотезу – коэффициент корреляции между числом пожаров и численностью населения r' равен 0, связи между этими величинами нет. По формуле (7) находим значение $u = -0,295$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ из (8) находим критическое значение $u_{0,01}(16) = 0,714$. Заметим, что выполня-

ется неравенство $|u| < u_{0,05}(16)$. Следовательно, справедлива нулевая гипотеза. Таким образом, вывод об отсутствии связи между числом пожаров и численностью населения не изменился при увеличении рассматриваемого временного периода до 2001-2016 гг.

Расчет коэффициента корреляции r' между ВВП и основными фондами по данным 2001-2016 гг. привел к результату 0,99.

Таблица 3

Расчет коэффициентов корреляции между числом пожаров и ВВП, основными фондами, численностью населения в период 2001-2016 гг.

Год	Пожары (тыс.)	ВВП (млрд руб.)	Основные фонды (млрд руб.)	Численность населения (млн чел.)
2001	246,5	8944	20241	145,6
2002	260,8	10831	24431	145,0
2003	239,2	13208	32173	144,2
2004	233,2	17027	34874	143,5
2005	229,8	21610	41494	143,2
2006	220,5	26917	47489	142,8
2007	212,6	33248	60391	142,8
2008	202,0	41277	74441	142,7
2009	187,6	38807	82303	142,8
2010	179,5	46309	93186	142,9
2011	168,5	59698	108001	143,0
2012	162,9	66927	121269	143,3
2013	153,5	71017	133522	143,7
2014	150,8	77945	147430	146,3
2015	145,9	80804	160725	146,5
2016	139,5	86044	183404	146,8
r		-0,98	-0,98	-0,28
r'		-0,98	-0,98	-0,29

Поэтому вывод о взаимной зависимости ВВП и основных фондов не изменился при увеличении рассматриваемого временного периода до 2001-2016

гг. В дальнейшем мы оставим один из факторов – ВВП.

Коэффициент корреляции r' между численностью населения и ВВП в период 2001-2016 гг. составил 0,39. Эта ве-

личина меньше 0,5. Следовательно, численность населения и ВВП можно считать независимыми переменными.

При уровне значимости $\alpha = 0,01$ из (9) находим нижнюю границу доверительного интервала для коэффициента корреляции $r'_1 = -0,77$, верхнюю границу $r'_2 = 0,40$. Ранее для коэффициента корреляции между числом пожаров и численностью населения было получено значение $-0,29$ (табл. 3). Оно падает в рассчитанный доверительный интервал.

Рассмотрим вопрос о наличии зависимости от времени, который будем учитывать путем задания номера года. Коэффициент корреляции между номером года и числом пожаров за 2002–2016 гг. составил $-0,990$, а $r' = -0,991$. Поэтому число пожаров линейно зависит от номера года. Коэффициент корреляции между номером года и ВВП составил $0,990$, а $r' = 0,991$. Связь номера года и ВВП прак-

тически линейна. В итоге получили, что число пожаров и ВВП линейно зависят от времени (номера года). Поэтому имеет место линейная модель

$$Y = -8,28 * T + 16826,18. \quad (11)$$

Здесь Y – число пожаров, T – время (задаваемое номером года, в нашем случае принимает значения 2001, 2002, ..., 2016). Коэффициенты линейной модели (11) найдены с помощью метода наименьших квадратов [11]. Отметим, что среднее значение ошибки на период базы прогноза равно нулю (табл. 4).

Коэффициент корреляции между ошибкой и номером года составил $-2,38652 * 10^{-15}$. Эта величина практически равна нулю. Следовательно, зависимости между ошибкой модели и номером года нет. Это позволяет считать ошибку модели случайной величиной.

Таблица 4
Сравнение фактических и модельных значений за 2001-2016 гг.

Год	Пожары (тыс.)	Модель	Ошибка	Квадрат
2001	246,5	257,9	-11,4	130,0
2002	260,8	249,6	11,2	125,0
2003	239,2	241,3	-2,1	4,6
2004	233,2	233,1	0,1	0,0
2005	229,8	224,8	5,0	25,2
2006	220,5	216,5	4,0	16,0
2007	212,6	208,2	4,4	19,2
2008	202,0	199,9	2,1	4,2
2009	187,6	191,7	-4,1	16,5
2010	179,5	183,4	-3,9	15,1
2011	168,5	175,1	-6,6	43,6
2012	162,9	166,8	-3,9	15,4
2013	153,5	158,5	-5,0	25,4
2014	150,8	150,3	0,5	0,3
2015	145,9	142,0	3,9	15,4
2016	139,5	133,7	5,8	33,6
среднее	195,8	195,8	0,0	30,6

Прогноз на 2017 год по формуле (11) дал результат 125,4 тыс. пожаров. Фактическое значение 132,4 тыс. [33].

Ошибка прогноза составила 8,8 тыс. пожаров. Относительная ошибка равна 7 %.

Выполним прогноз на 2018 год. При этом происходит расширение базы прогноза на период 2001-2017 гг. Это приведет к изменению коэффициентов модели (11). Расчет привел к результату

$$Y = - 8,108 * T + 16480,838. \quad (12)$$

Здесь Y – число пожаров, T – время (задаваемое номером года, в нашем случае принимает значения 2001, 2002, ..., 2017). Отметим, что среднее значение ошибки на период базы прогноза равно нулю (табл. 5).

Прогноз на 2018 год по формуле (12) дал результат 119,2 тыс. пожаров. На данный момент для 2018 года нет фактических показателей. Поэтому сравнить этот результат не с чем.

Отметим, что расширение базы прогноза приводит к увеличению среднего значения квадрата ошибки. При базе прогноза 2002-2013 гг. среднее значение квадрата ошибки составило 9,06 (табл. 2). Расширение базы прогноза на период 2001-2016 гг. увеличило это значение до

30,6 (табл. 4), В случае базы прогноза 2001-2017 гг. получили 32,3 (табл. 5).

Коэффициент детерминации для модели (12) составил 98 %. Этот результат показывает, что линейная модель (12) объясняет 98 % результатов.

Рассмотрим вопрос о значимости коэффициентов регрессии в линейной модели (12). Параметр при переменной T принято называть коэффициентом регрессии, оставшийся параметр – свободным членом. Задачу упрощают. Для этого уравнение (12) записывают в виде

$$Y - Y_{cp} = a * (T - T_{cp}). \quad (13)$$

В уравнении (13) участвует только коэффициент регрессии a . В нашем случае $Y_{cp} = 192,3$, $T_{cp} = 2009$. С помощью регрессионного анализа и метода наименьших квадратов установили, что коэффициент регрессии $a = - 8,108$. Поэтому в дальнейшем нам надо проверить значимость только коэффициента регрессии.

Таблица 5
Сравнение фактических и модельных значений за 2001-2017 гг.

Год	Пожары (тыс.)	Модель	Ошибка	Квадрат
2001	246,5	257,0	-10,5	111,1
2002	260,8	248,9	11,9	140,9
2003	239,2	240,8	-1,6	2,6
2004	233,2	232,7	0,5	0,2
2005	229,8	224,6	5,2	27,0
2006	220,5	216,5	4,0	16,0
2007	212,6	208,4	4,2	17,7
2008	202,0	200,3	1,7	2,9
2009	187,6	192,2	-4,6	20,9
2010	179,5	184,1	-4,6	20,9
2011	168,5	176,0	-7,5	55,7
2012	162,9	167,9	-5,0	24,5
2013	153,5	159,7	-6,2	39,0
2014	150,8	151,6	-0,8	0,7
2015	145,9	143,5	2,4	5,6
2016	139,5	135,4	4,1	16,6
2017	134,2	127,3	6,9	47,4
среднее	192,2	192,2	0,0	32,3

Обозначим Y_i – реальное число пожаров, \hat{Y}_1 – модельное число пожаров, вычисленное по формуле (12) или (13). Тогда реальное число пожаров связано с модельным формулой

$$Y_i = \hat{Y}_i + e_i, \quad (14)$$

где e_i – остаток. Этот остаток не объясняется моделью (12) или (13).

Вычислим несмещенную оценку остаточной дисперсии

$$s_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{(n-2)} * \sum_{i=1}^n e_i^2 = 36,7. \quad (15)$$

Здесь n – количество наблюдений. В нашем случае $n = 17$.

Найдем дисперсию временной переменной

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (T_i - T_{\text{ср}})^2 = 24. \quad (16)$$

Стандартную ошибку коэффициента регрессии a находим по формуле

$$s_a = \frac{1}{\sqrt{n} \sigma} * s_{\text{ост}} = 0,30, \quad (17)$$

Далее выдвигаем две гипотезы. Гипотеза H_0 – коэффициент регрессии $\hat{a} = 0$. Альтернативная гипотеза H_1 – коэффициент регрессии $\hat{a} \neq 0$. Для проверки справедливости гипотез вычислим статистику Стьюдента

$$t_a = \frac{a - \hat{a}}{s_a} = -27,05. \quad (18)$$

Зададим уровень значимости $\alpha = 0,01$. Число степеней свободы равно $g = n - k - 1$, где k – число независимых переменных в уравнении регрессии. В нашем случае имеем $n = 17$, $k = 1$, поэтому число степеней свободы $g = 15$. Находим критическое значение

$$t_{\text{кр}}(\alpha, g) = t_{\text{кр}}(0,01, 15) = 2,95, \quad (19)$$

В нашем случае выполняется неравенство

$$|t| > t_{\text{кр}}(0,01, 15), \quad (20)$$

Поэтому с помощью критерия Стьюдента [35] гипотеза H_0 с вероятностью 0,99 отвергается и принимается гипотеза H_1 . Следовательно, с вероятностью 0,99 коэффициент регрессии a в моделях (12) или (13) отличен от нуля.

Определим доверительный интервал для коэффициента регрессии. Для этого при заданном уровне значимости нужно найти [36]:

$$t_0 = F_{n-k-1}^{-1} \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) = 0,683. \quad (21)$$

Здесь $F_{n-k-1}^{-1} \left(\frac{1+\alpha}{2} \right)$ – функция, обратная распределению Стьюдента со степенями $n - k - 1$.

Нижняя граница коэффициента регрессии

$$a_1 = a - t * s_a = -8,313. \quad (22)$$

Верхняя граница коэффициента регрессии

$$a_2 = a + t * s_a = -7,903. \quad (23)$$

Исследуем возможность существования нелинейной модели. Используем степенную функцию

$$Y = a * T^b. \quad (24)$$

Здесь Y – число пожаров, T – время (задаваемое номером года, в нашем случае принимает значения 2001, 2002, ..., 2017). Коэффициенты модели a , b мы определим позднее. Проведем линеаризацию. Для этого правую и левую часть уравнения (24) прологарифмируем. Получим

$$\ln Y = \ln a + b * \ln T. \quad (25)$$

Это позволяет применить метод наименьших квадратов для поиска значений коэффициентов модели a , b . В ре-

зультате расчета мы получили возможность применения модели

$$Y = 6,3728 \cdot 10^{286} \cdot T^{-86,1435} \quad (26)$$

Здесь Y – число пожаров, T – время (задаваемое номером года, в нашем случае принимает значения 2001, 2002, ..., 2017). Отметим, что среднее значение ошибки на период базы прогноза равно нулю (табл. 6).

Таблица 6
Сравнение фактических и модельных значений нелинейной модели за 2001-2017 гг.

Год	Пожары (тыс.)	ln Y	ln T	Модель	Ошибка	Квадрат
2001	246,5	7,601402	5,507362	265,0	18,5	341,7
2002	260,8	7,601902	5,563754	253,8	-7,0	48,7
2003	239,2	7,602401	5,4773	243,1	3,9	15,5
2004	233,2	7,6029	5,451896	232,9	-0,3	0,1
2005	229,8	7,603399	5,437209	223,1	-6,7	44,8
2006	220,5	7,603898	5,395898	213,7	-6,8	45,9
2007	212,6	7,604396	5,359412	204,7	-7,9	61,7
2008	202	7,604894	5,308268	196,1	-5,9	34,3
2009	187,6	7,605392	5,234312	187,9	0,3	0,1
2010	179,5	7,60589	5,190175	180,0	0,5	0,3
2011	168,5	7,606387	5,126936	172,5	4,0	15,8
2012	162,9	7,606885	5,093137	165,2	2,3	5,5
2013	153,5	7,607381	5,033701	158,3	4,8	23,2
2014	150,8	7,607878	5,015954	151,7	0,9	0,8
2015	145,9	7,608374	4,982921	145,3	-0,6	0,3
2016	139,5	7,608871	4,938065	139,3	-0,2	0,1
2017	134,2	7,609367	4,899331	133,4	-0,8	0,6
среднее	192,2			192,1	0,0	37,6

Прогноз на 2018 год по формуле (14) дал результат 127,9 тыс. пожаров. Заметим, что нелинейная модель (24) давала среднее значение квадрата ошибки 37,6 (табл. 6). Для линейной модели аналогичная величина равна 32,3 (табл. 5).

Коэффициент детерминации нелинейной модели (14) составил 98 %. Поэтому нелинейная модель (24) в нашем случае не дает увеличения качества прогноза.

Выводы

В итоге исследования доказано, что с вероятностью 0,99 модель Кобба – Дугласа, предложенная Прановым для числа пожаров в Российской Федерации [4, 5], ошибочна.

Установлено, что число пожаров и ВВП в период 2001-2016 гг. практически

линейно зависели от номера года. Предложена линейная модель связи числа пожаров в Российской Федерации с номером года. Проверены гипотезы об уровне значимости коэффициента регрессии в линейной модели. С вероятностью 0,99 установлено, что коэффициент регрессии отличен от нуля. С вероятностью 0,99 определен доверительный интервал для коэффициента регрессии.

Рассмотрена возможность описания зависимости числа пожаров в Российской Федерации от номера года нелинейной моделью в виде степенной функции. Сравнение нелинейной модели с линейной показало, что нелинейная модель не приводила к улучшению качества прогноза.

Литература

1. Ширяев Е. В. и др. Статистический анализ пожаров на объектах с обращением нефтепродуктов // Интернет-журнал «Технологии техносферной безопасности». – 2014. – Вып. 3(55). – С. 8. – URL: <http://ipb.mos.ru/ttb>.
2. Асанина Д. А., Шишов В. Ф. Прогнозирование количество городских пожаров в регионе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т. 20. – С. 3256–3260. URL: <http://e-koncept.ru/2014/54915.htm>.
3. Салихова А. Х. и др. Опыт прогнозирования обстановки с пожарами на территории субъекта Российской Федерации на примере Ивановской области // Техносферная безопасность. – 2018. – № 1 (18). – С. 9–16.
4. Пранов Б. М. О некоторых подходах к моделированию и прогнозированию временных рядов пожарной статистики // Интернет-журнал «Технологии техносферной безопасности». – 2014. – № 5 (57). – С. 5. – <http://ipb.mos.ru/ttb>.
5. Пранов Б. М. Адекватные междисциплинарные модели в прогнозировании временных рядов статистических данных // Программные продукты и системы. – 2018. – № 3 (31). – С. 444–447.
6. Кайбичев И. А., Яковлев Е. Е. Корреляционный анализ основных показателей пожарной статистики в Российской Федерации за 2001–2015 годы // Актуальные вопросы естествознания: материалы II Межвузовской научно-практической конференции, Иваново, 12 апреля 2017 года / сост. Н. Е. Егорова. – Иваново: Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2017. – С. 158–161.
7. Кайбичев И. А., Калимуллина К. И. Регрессионный анализ основных показателей пожарной статистики в Российской Федерации // Актуальные проблемы обеспечения пожарной безопасности в Российской Федерации: материалы Дней науки (22–26 мая 2017 г.) в 2-х частях / сост. М. Ю. Порхачев, О. Ю. Демченко. – Екатеринбург: Уральский институт ГПС МЧС России, 2017. – Ч. 1. – С. 86–95.
8. Кайбичев И. А., Калимуллина К. И. Корреляционный анализ количества пожаров и основных показателей социально-экономического развития Российской Федерации за 2001–2015 годы // Пожарная и аварийная безопасность: сборник материалов XII Международной научно-практической конференции, посвященной Году гражданской обороны, Иваново, 29–30 ноября 2017 г. – Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2017. – С. 804–808.
9. Калимуллина К. И., Кайбичев И. А. Корреляционный анализ количества пожаров и основных показателей социально-экономического развития Российской Федерации за 2001–2015 годы // Обеспечение безопасности жизнедеятельности: проблемы и перспективы: сборник материалов XII Международной научно-практической конференции молодых ученых (4 апреля 2018 г., Минск). – Минск: УТЗ, 2018. – С. 360.
10. Кайбичев И. А., Калимуллина К. И. Расчет коэффициента корреляции между количеством пожаров в сельской местности и основными показателями социально-экономического развития Российской Федерации за 2001–2015 годы // Актуальные проблемы и инновации в обеспечении безопасности: материалы Дней науки с международным участием (4–8 декабря 2017 г.), посвященных Году гражданской обороны в 2-х частях / сост. М. Ю. Порхачев, О. Ю. Демченко. – Екатеринбург: Уральский институт ГПС МЧС России, 2018. – Ч. 1. – С. 54–58.
11. Харченко М. А. Корреляционный анализ. Воронеж, 2008. 31 с.
12. Российский статистический ежегодник, 2008. М., 2008. 847 с.
13. Российский статистический ежегодник, 2009. М., 2009. 795 с.
14. Российский статистический ежегодник, 2010. М., 2010. 813 с.
15. Российский статистический ежегодник, 2011. М., 2011. 795 с.
16. Российский статистический ежегодник, 2012. М., 2012. 786 с.
17. Российский статистический ежегодник, 2013. М., 2013. 717 с.
18. Российский статистический ежегодник, 2014. М., 2014. 693 с.
19. Российский статистический ежегодник, 2015. М., 2015. 728 с.
20. Российский статистический ежегодник, 2016. М., 2016. 725 с.
21. Российский статистический ежегодник, 2017. М., 2017. 686 с.
22. Пожары и пожарная безопасность в 2005 году. М., 2006. 139 с.
23. Пожары и пожарная безопасность в 2006 году. М., 2007. 137 с.
24. Пожары и пожарная безопасность в 2007 году. М., 2008. 137 с.
25. Пожары и пожарная безопасность в 2008 году. М., 2009. 137 с.
26. Пожары и пожарная безопасность в 2009 году. М., 2010. 135 с.
27. Пожары и пожарная безопасность в 2010 году. М., 2011. 140 с.
28. Пожары и пожарная безопасность в 2011 году. М., 2012. 137 с.
29. Пожары и пожарная безопасность в 2012 году. М., 2013. 137 с.
30. Пожары и пожарная безопасность в 2013 году. М., 2014. 137 с.

31. Пожары и пожарная безопасность в 2014 году. М., 2015. 124 с.
32. Пожары и пожарная безопасность в 2015 году. М., 2016. 124 с.
33. Пожары и пожарная безопасность в 2016 году. М., 2017. 124 с.
34. Статистика пожаров в Российской Федерации за 2017 // Электронная энциклопедия пожарного дела. URL: <http://wiki-fire.org>.
35. Шанченко Н.И. Лекции по эконометрике. Ульяновск, 2008. 139 с.
36. Минько А.А. Статистика в бизнесе. Руководство менеджера и финансиста. М., 2008. 504 с.

References

1. Shiryayev E.V., Statisticheskij analiz pozharov na ob'ekтах s obrashcheniem nefteproduktov [Elektronnaya publikaciya] / E.V. SHiryayev, V.P. Nazarov, A.V. Majzlish, A.A. Gogin // Internet-zhurnal «Tekhnologii tekhnosfernoj bezopasnosti», 2014, vyp. 3(55). – 8 s. – Rezhim dostupa: <http://ipb.mos.ru/ttb>.
2. Asanina D.A., Prognozirovaniye kolichestvo gorodskih pozharov v regione [Elektronnaya publikaciya] / D.A. Asanina, V.F. SHishov // Nauchno-metodicheskij ehlektronnyj zhurnal «Koncept». – 2014. – T. 20. – S. 3256–3260. – Rezhim dostupa: <http://e-koncept.ru/2014/54915.htm>.
3. Salihova A.H., Opyt prognozirovaniya obstanovki s pozharemi na territorii sub'ekta Rossijskoj Federacii na primere Ivanovskoj oblasti [Tekst] / A.H. Salihova, D.B. Samojlov, E.A. SHvarev, V.N. Mihalin, A.A. Lazarev, O.S. Zavarihina // Tekhnosfernaya bezopasnost'. – 2018, № 1 (18). – s. 9 – 16.
4. Pranov B.M. O nekotoryh podhodah k modelirovaniyu i prognozirovaniyu vremennyh ryadov pozharnoj statistiki [EHlektronnaya publikaciya] / B.M. Pranov // Internet-zhurnal «Tekhnologii tekhnosfernoj bezopasnosti». – 2014, № 5 (57). – 5 s. – <http://ipb.mos.ru/ttb>.
5. Pranov B.M. Adekvatnye mezhdisciplinarnye modeli v prognozirovanii vremennyh ryadov statisticheskikh dannyh [Tekst] / B.M. Pranov // Programmnye produkty i sistemy - 2018, № 3 (31). – 444 – 447.
6. Kajbichev I.A., Korrelyacionnyj analiz osnovnyh pokazatelej pozharnoj statistiki v Rossijskoj Federacii za 2001 – 2015 gody [Tekst] / I.A. Kajbichev, E.E. YAKovlev / Aktual'nye voprosy estestvoznaniya: materialy II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Ivanovo, 12 aprelya 2017 goda / sost. N.E. Egorova. – Ivanovo: Ivanovskaya pozharo-spasatel'naya akademiya GPS MCHS Rossii, 2017. – s. 158 – 161.
7. Kajbichev I.A., Regressionnyj analiz osnovnyh pokazatelej pozharnoj statistiki v Rossijskoj Federacii [Tekst] / I.A. Kajbichev, K.I. Kalimullina // Aktual'nye problemy obespecheniya pozharnoj bezopasnosti v Rossijskoj Federacii: materialy Dnej nauki (22-26 maya 2017 g.) v 2-h chastyah / sost. M.YU. Porhachev, O.YU. Demchenko. – Ekaterinburg: Ural'skij institut GPS MCHS Rossii, 2017. – ch. 1. – s. 86 – 95.
8. Kajbichev I.A., Korrelyacionnyj analiz kolichestva pozharov i osnovnyh pokazatelej social'no-ehkonomicheskogo razvitiya Rossijskoj Federacii za 2001-2015 gody [Tekst] / I.A. Kajbichev, K.I. Kalimullina // Pozharnaya i avarijnaya bezopasnost': sbornik materialov XII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, posvyashchennoj Godu grazhdanskoj oborony, Ivanovo, 29-30 noyabrya 2017 g. – Ivanovo: FGBOU VO Ivanovskaya pozharo-spasatel'naya akademiya GPS MCHS Rossii, 2017. – s. 804-808.
9. Kalimullina K.I., Korrelyacionnyj analiz kolichestva pozharov i osnovnyh pokazatelej social'no-ehkonomicheskogo razvitiya Rossijskoj Federacii za 2001-2015 gody [Tekst] / K.I. Kalimullina, I.A. Kajbichev // Obespecheniye bezopasnosti zhiznedeyatel'nosti: problemy i perspektivy: Sbornik materialov XII mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii molodyh uchenyh (4- aprelya 2018 g., Minsk). – Minsk: UGZ, 2018. – s. 360.
10. Kajbichev I.A., Raschet koeffficienta korrelyacii mezhdru kolichestvom pozharov v sel'skoj mestnosti i osnovnymi pokazatelyami social'no-ehkonomicheskogo razvitiya Rossijskoj Federacii za 2001-2015 gody. [Tekst] / I.A. Kajbichev, K.I. Kalimullina // Aktual'nye problemy i innovacii v obespechenii bezopasnosti: materialy Dnej nauki s mezhdunarodnym uchastiem (4-8 dekabrya 2017 g.), posvyashchennyh Godu grazhdanskoj oborony v 2-h chastyah. / sost. M.YU. Porhachev, O.YU. Demchenko. – Ekaterinburg: Ural'skij institut GPS MCHS Rossii, 2018. – CH. 1. – s. 54-58.
11. Harchenko M.A. Korrelyacionnyj analiz: uchebnoe posobie dlya vuzov. [Tekst] / M.A. Harchenko. – Voronezh: Izdatel'sko-poligraficheskij centr Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta, 2008. – 31 s.
12. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2008: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2008. – 847 s.
13. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2009: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2009. – 795 s.
14. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2010: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2010. – 813 s.
15. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2011: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2011. – 795 s.
16. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2012: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2012. – 786 s.
17. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2013: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2013. – 717 s.
18. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2014: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2014. – 693 s.
19. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2015: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2015. – 728 s.
20. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2016: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2016. – 725 s.
21. Rossijskij statisticheskij ezhegodnik, 2017: Stat. sb. – M.: Rosstat, 2017. – 686 s.

22. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2005 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej N.P. Kopylova. – M.: VNIPO, 2006. – 139 s.
23. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2006 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej N.P. Kopylova. – M.: VNIPO, 2007. – 137 s.
24. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2007 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej N.P. Kopylova. – M.: VNIPO, 2008. – 137 s.
25. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2008 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej N.P. Kopylova. – M.: VNIPO, 2009. – 137 s.
26. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2009 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej N.P. Kopylova. – M.: VNIPO, 2010. – 135 s.
27. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2010 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej V.I. Klimkina. – M.: VNIPO, 2011. – 140 s.
28. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2011 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej V.I. Klimkina. – M.: VNIPO, 2012. – 137 s.
29. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2012 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej V.I. Klimkina. – M.: VNIPO, 2013. – 137 s.
30. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2013 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej V.I. Klimkina. – M.: VNIPO, 2014. – 137 s.
31. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2014 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej A.V. Matyushina. – M.: VNIPO, 2015. – 124 s.
32. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2015 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej A.V. Matyushina. – M.: VNIPO, 2016. – 124 s.
33. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2016 godu: Statisticheskij sbornik. Pod obshchej redakciej D.M. Gordienko. – M.: VNIPO, 2017. – 124 s.
34. Statistika pozharov v Rossijskoj Federacii za 2017 [Elektronnaya publikaciya] / Elektronnaya ehnciklopediya pozharnogo dela. Rezhim dostupa: <http://wiki-fire.org>.
35. Shanchenko N.I. Lekcii po ehkonometrike: uchebnoe posobie dlya studentov vysshih uchebnyh zavedenij, obuchayushchihsya po special'nosti «Prikladnaya informatika (v ehkonomie)» [Tekst] / N.I. Shanchenko. – Ul'yanovsk: UIGTU, 2008. – 139 s.
36. Min'ko A.A. Statistika v biznese. Rukovodstvo menedzhera i finansista [Tekst] / A.A. Min'ko. – M.: Ehksmo, 2008. – 504 s.