

УДК 614.84:519

kaibitchev@mail.ru

**АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ КОЛИЧЕСТВА ПОЖАРОВ
В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ОТ ВОЗРАСТА ВИНОВНИКА****ACCOUNTING ERRORS OF PREVIOUS PERIOD IN PREDICTING
THE MAIN PARAMETERS OF THE OPERATIONAL RESPONSE OF EMERCOM
OF RUSSIA**

*Кайбичев И. А., доктор физико-математических наук, доцент,
Барбин Н. М., доктор технических наук,
Уральский институт ГПС МЧС России, Екатеринбург*

*Kaibichev I. A., Barbin N. M.,
The Ural Institute of State Firefighting Service
of Ministry of Russian Federation for Civil Defense, Yekaterinburg*

Объектом исследования является аппроксимация зависимости количества пожаров в Российской Федерации от возраста виновника. Цель исследования определить функциональный тип связи количества пожаров от возраста виновника. Для аппроксимации использованы три разновидности модели Ферхюльста: классическая, модернизированная и с переменной скоростью роста. Абсолютно точно фактические результаты описывает модель Ферхюльста с переменной скоростью роста.

Ключевые слова: количество пожаров, Российская Федерация, возраст виновника пожара, аппроксимация зависимости.

The Object of the study is an approximation to dependencies amount fire in Russian Federation from age of the perpetrator. The Purpose of the study to define the functional type a relationship amount fire from age of the perpetrator. For approximation are used three varieties to models Ferhyulista: classical, modernized and with variable velocity of the growing. Absolutely exactly, the actual results describes the model Ferhyulista with variable velocity of the growing.

Keywords: the amount fire, Russian Federation, age of the perpetrator of the fire, approximation to dependencies.

К данному времени нет математической аппроксимации имеющихся данных [1] о зависимости количества пожаров в Российской Федерации от возраста виновника. Первая трудность проведения исследования состоит в том, что данных по количеству пожаров в России для различных конкретных значений возраста виновника в статическом сборнике [1] нет. Однако есть данные по количеству пожаров с возрастом виновника, попадающего в определенные интервалы (табл. 1). Количество пожаров дано по 7 интервалам возраста виновника.

Исследовать данные, сгруппированные по интервалам, неудобно. Попытка получить на основе имеющихся данных по 7 интервалам возраста виновника какое-то непрерывное распределение количества пожаров (Y) от возраста виновника (X) связана с математическими трудностями. Кроме этого, полученное таким образом распределение может не совпасть с имеющимися с данными, которые представлены в виде группировки по 7 интервалам возраста виновника.

Самый простой подход к решению задачи состоит в введении ранговой переменной. Эту переменную (номер) мы ис-

пользуем для идентификации интервала возраста виновника.

Таблица 1
Количество пожаров в РФ по возрасту виновника

№	Возраст виновника	2015	2016	2017	2018
1	0–6	881	700	574	535
2	7–13	1052	1002	940	936
3	14–15	183	132	137	154
4	16–19	358	329	830	303
5	20–40	15693	14006	12987	12326
6	41–59	23486	21831	20139	19902
7	>60	12844	12802	12572	12795

Например, номер 1 используем для возраста виновника в интервале от 0 до 6 лет, 2 – для диапазона от 7 до 13 лет, 3 – для интервала от 14 до 15 лет, 4 – для диапазона от 16 до 19 лет, 5 – для интервала от 20 до 40 лет, 6 – для диапазона от 41 до 59 лет, 7 – для лиц, старше 60 лет. Приведенные возрастные интервалы не равномерны, имеют различную временную ши-

рины. Однако именно они приведены в сборнике [1]. Поэтому вынуждены использовать их.

Зависимость количества пожаров в России от возраста виновника (рис. 1) нелинейна. По виду она напоминает рост популяции животных [2–4], а также нелинейные социальные процессы [5, 6].

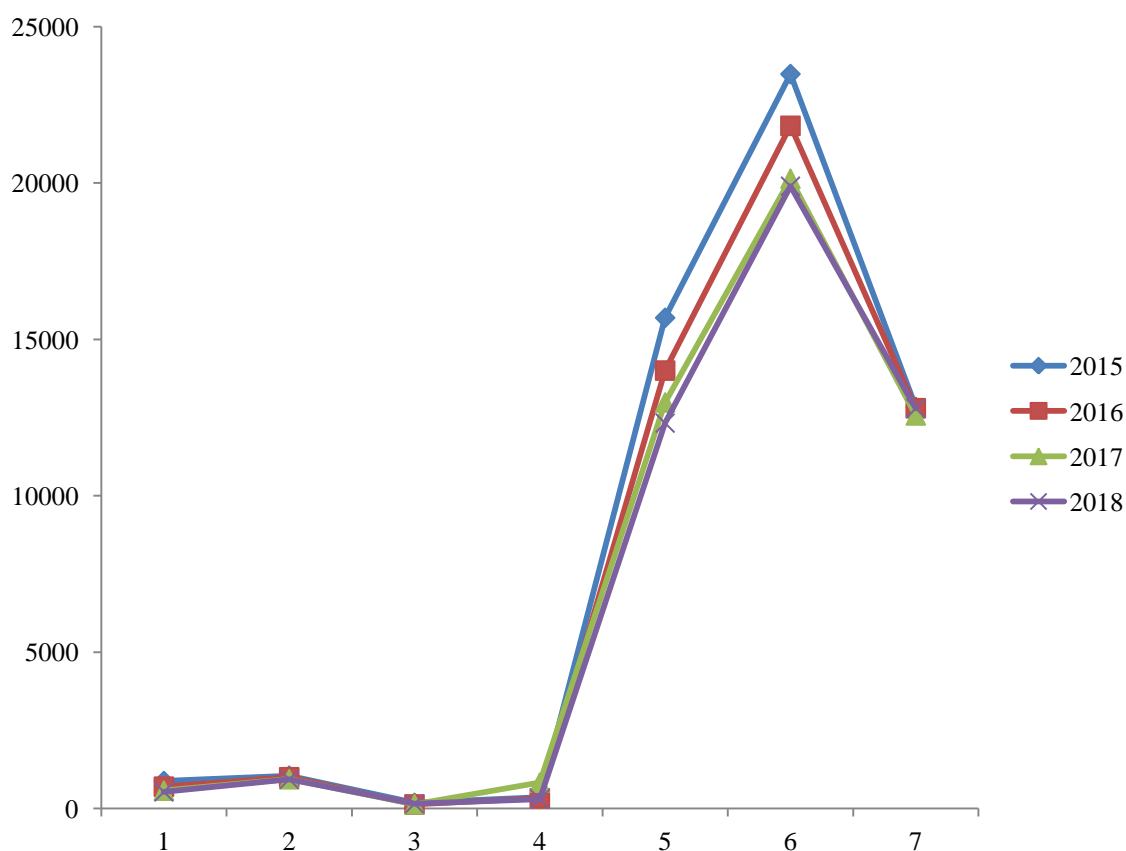


Рисунок 1. Количество пожаров в России по возрасту виновника

Поэтому на первом этапе исследуем возможность аппроксимации с помощью модели Ферхюльста [2–6].

Модель Ферхюльста

Количество особей $P(t)$ в популяции описывается функцией Ферхюльста

$$P(t) = \frac{KP_0G}{K+P_0[G-1]}, G = \exp(rt), \quad (1)$$

где P_0 – начальная численность популяции; K – емкость среды (максимальная численность популяции); r – скорость размножения.

При аппроксимации количества пожаров смысл констант в уравнении (1) меняется. Так P_0 – минимальное количество пожаров. Полагаем $P_0 = 1$. Если положить $P_0 = 0$, то и все остальные значения $P(t) = 0$, а этого не наблюдается. Далее K – максимальное количество пожаров. Можно ожидать, что K равно или больше мак-

симального из имеющихся фактических количеств пожаров. Параметр r – скорость изменения количества пожаров по мере возрастания возраста виновника. Параметры K и r будут определены подбором. По результату подбора для количества пожаров будем использовать аппроксимацию

$$Y_M = \frac{KP_0G}{K+P_0(G-1)}, G = \exp(rX). \quad (2)$$

Между фактическим (табл. 2) и модельным (2) значением есть разница, называемая ошибкой $e = Y_M - Y$. В качестве критерия оптимальности использовали условие минимума среднего значения квадрата ошибки. Минимум находили с помощью средства Поиск решения программы Microsoft Excel. Минимум был обнаружен при значениях параметров $K = 19917,66$ и $r = 2,040954$, $P_0 = 1$.

Таблица 2
Модель Ферхюльста для 2018 года

X	Y	Y _м	e	e ²
1	535	8	-527	278050
2	936	59	-877	768979
3	154	446	292	85250
4	303	2985	2682	7195122
5	12326	11468	-858	735983
6	19902	18178	-1724	2972784
7	12795	19673	6878	47307701
среднее			838	8477696

Среднее значение ошибки для 2018 г. составило 838, а среднее значение квадрата ошибки – 8477696 (табл. 2).

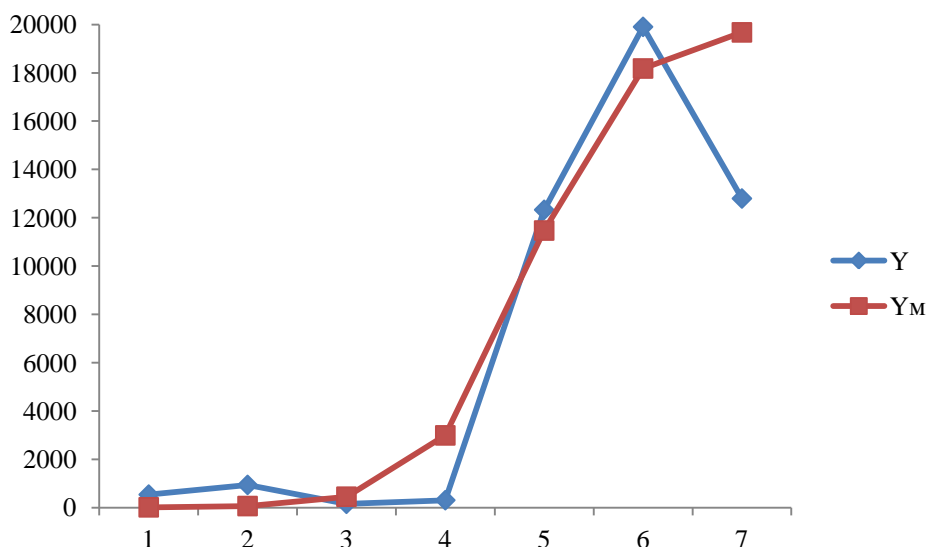


Рисунок 2. Сравнение фактических показателей (Y) с результатом аппроксимации моделью Ферхюльста (Y_м)

Аппроксимация данных 2018 г. моделью Ферхюльста показывает наличие некорректного описания количества пожаров для людей пожилого возраста (рис. 2).

Коэффициент линейной корреляции Пирсона между фактическими и модельными количествами пожаров $R = 0,939$. Качество модели принято оценивать по значению коэффициента детерминации, он равен квадрату коэффициента линейной корреляции Пирсона между фактическими и модельными значениями. В нашем случае коэффициент детерминации $R^2 = 0,882$.

Модернизация модели Ферхюльста

Попробуем использовать аппроксимацию

$$Y_m = \frac{KP_0 G}{K + P_0(G-1)}, G = \exp(rX + b). \quad (3)$$

Формула (3) отличается от выражения (2) наличием дополнительной константы b в экспоненте, этот дополнительный член от возраста виновника пожара не зависит.

Минимум среднего значения квадрата ошибки был обнаружен при значениях параметров $K = 19917,66$, $r = 1,363567$, $P_0 = 1$, $b = 3,386931$.

Среднее значение ошибки для 2018 г. в этом случае составило 1085, а среднее значение квадрата ошибки – 10719845 (табл. 3).

Таблица 3
Модернизированная модель Ферхюльста

X	2018	Y _м	e	e ²
1	535	115	-420	176417
2	936	442	-494	243880
3	154	1624	1470	2160828
4	303	5132	4829	23321114
5	12326	11468	-858	735983
6	19902	16760	-3142	9874499
7	12795	19002	6207	38526197

среднее	1085	10719845
---------	------	----------

Заметим, что среднее значение квадрата ошибки модернизированной модели Ферхюльста на 26,45 % больше значения аналогичной величины в обычной модели Ферхюльста.

Аппроксимация данных 2018 года модернизированной моделью Ферхюльста показывает наличие некорректного описания количества пожаров для подростков и людей пожилого возраста (Рис. 3).

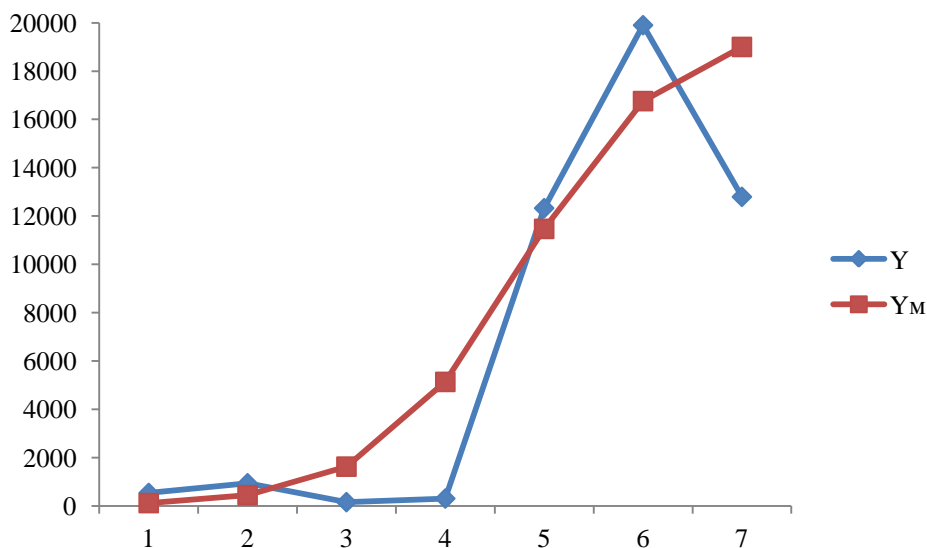


Рисунок 3. Сравнение фактических (Y) с результатом аппроксимации модернизированной моделью Ферхюльста (Y_м)

Коэффициент линейной корреляции Пирсона между фактическими и модельными количествами пожаров $R = 0,914$. Качество модели принято оценивать по значению коэффициента детерминации, он равен квадрату коэффициента линейной корреляции Пирсона между фактическими и модельными значениями. В нашем случае коэффициент детерминации $R^2 = 0,836$. Это значение на 5,20 % меньше коэффициента детерминации модели Ферхюльста.

В целом, модернизация модели Ферхюльста, состоящая в добавлении в экспоненту слагаемого, не зависящего от возраста виновника пожара, не улучшила качество. Поэтому использовать модернизированную модель Ферхюльста в нашем случае нецелесообразно.

Модель Ферхюльста с непостоянной скоростью размножения

Попробуем использовать аппроксимацию [3]:

$$Y_m = \frac{K P_0 G}{K + P_0 (G - 1)}, G = \exp\left(\int_0^x a(z) dz\right). \quad (4)$$

Величина $a(z)$ имеет смысл ускорения для числа пожаров. Допустим, что ускорение постоянно на каждом из возрастных интервалов.

Абсолютно точное воспроизведение фактических показателей (табл. 4) происходит при константах $K = 19917,66$, $P_0 = 1$ и ускорении, задаваемого константами на каждом возрастном интервале (табл. 5).

Таблица 4

Модель Ферхюльста с непостоянной скоростью размножения

X	2018	Y _m	e
1	535	535	0
2	936	936	0
3	154	154	0
4	303	303	0
5	12326	12326	0
6	19902	19902	0
7	12795	12795	0

Таблица 5

Ускорение для различных возрастных интервалов

X	a
1	6,309444
2	0,580254
3	-1,84503
4	0,684348
5	4,65496
6	6,662554
7	-6,56144

В этом случае ошибка модели равна нулю. Следовательно, из всех рассмотренных нами моделей абсолютно точное описание зависимости количества пожаров в Российской Федерации от возраста виновника дает модель Ферхюльста с непостоянной скоростью роста количества пожаров. При этом ускорение роста коли-

чества пожаров в каждом возрастном интервале считали постоянной величиной.

Таким образом, представления биологии о росте популяции оказались продуктивными при поиске аппроксимации зависимости количества пожаров в Российской Федерации от возраста виновника.

Литература

1. Пожары и пожарная безопасность в 2018 году: стат. сб. / под общ. ред. Д. М. Гордиенко. М., 2019. 125 с.
2. Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement // Corresp. Math. et Phys., 1938. V. 10. P. 113–121.
3. Соколов С. В. Модели динамики популяций. СПб., 2018. 61 с.
4. Pearl R. The Biology of Population Growth: N.Y., Alfred A. Knof., 1925. 260 p.
5. Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов / под ред. И. В. Ильина, Д. И. Трубецкова. М., 2010. 412 с.
6. Плотницкий Ю. М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. М., 1998. 279 с.

Referenses

1. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2018 godu: stat. sb. / pod obshchej redakciej D. M. Gordienko. M., 2019. 125 s.
2. Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement // Corresp. Math. et Phys., 1938. V. 10. P. 113–121.
3. Sokolov S. V. Modeli dinamiki populyacij. SPb., 2018. 61 s.
4. Pearl R. The Biology of Population Growth: N.Y., Alfred A. Knof., 1925. 260 p.

5. Modelirovanie nelinejnoj dinamiki global'nyh processov / pod red. I. V. Il'ina, D. I. Trubeckova. M., 2010. 412 s.
6. Plotnickij YU. M. Teoreticheskie i empiricheskie modeli social'nyh processov. M., 1998. 279 s.