УДК 311.31, 332.14, 519.23, 519.25 *kaibitchev@mail.ru*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛИЧЕСТВА ПОЖАРОВ В СВЕРДЛОВСКОЙ ОБЛАСТИ

MATHEMATICAL MODEL AMOUNT FIRE IN SVERDLOVSKOY AREA

Кайбичев И. А., доктор физико-математических наук, доцент,
Тужиков Е. Н., кандидат технических наук, доцент,
Уральский институт Государственной
противопожарной службы МЧС России, Екатеринбург

Kaybichev I. A., Tuzhikov E. N.,
The Ural Institute of State Firefighting Service of Ministry
of Russian Federation for Civil Defense, Yekaterinburg

Выполнен регрессионный анализ зависимости количества пожаров в Свердловской области от потребительских расходов в среднем на душу населения в месяц. Установлено, что минимальное среднее значение квадрата ошибки дает линейная модель.
Ключевые слова: количество пожаров, Свердловская область, регрессионный анализ, математическая модель.
It is executed регрессионный analysis to dependencies amount fire in Sverdlovskoy area from consumer expenses at the average at month per capita. It is installed that minimum average importance square of the mistake gives the linear model.
Keywords: amount fire, Sverdlovsk region, correlation analysis, regression analysis, mathematical model.

Актуальность установления функциональной формы зависимости количества пожаров в регионе РФ и основных показателей социально-экономического развития, не вызывает сомнения. Одним из самых эффективных способов решения этой задачи является использование метода математического моделирования, а именно одного из его инструментов – регрессионного анализа.

Вместе с тем исследований, в которых математическое моделирование используется в процессе выявления зависимости числа пожаров от особенностей социально-экономического развития регионов Российской Федерации, в литературе нет. Регрессионный анализ количества пожаров на данный момент выполнены для Пензенской [1], Ивановской [2 – 4] и Курганской [5] областей для установления функциональной формы зависимости количества пожаров от фактора времени. Таким образом, к данному моменту нет исследований влияния показателей социально-экономического развития Свердловской области [9] на количество пожаров [10].

С помощью регрессионного анализа [6 – 8] исследуем зависимость количества пожаров (Y) от потребительских расходов в среднем на душу населения в месяц (X).

Рассмотрим наиболее часто используемые модели функциональной зависимости двух переменных.

Линейная модель.

Метод наименьших квадратов привел к возможности использования линейной функции

$$Y_м = -0{,}23896 * X + 8475{,}678, \qquad (1)$$

где $Y_м$ – модельное значение количества пожаров; X – потребительские расходы в среднем на душу населения в месяц (Табл. 1). Разница e = Y - $Y_м$ составляет ошибку моделирования, e^2 – квадрат разницы (Табл. 1). Среднее значение ошибки равно 0, среднее значение квадрата ошибки – 314680.

Линейная модель может показаться простой. На практике, например, есть линейная зависимость затрат на производство продукции от объема производства

Таблица 1
Линейная модель

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	7724	-918	842987
2002	7063	4144	7485	-422	178439
2003	6933	5381	7190	-257	65959
2004	6900	6672,5	6881	19	353
2005	7209	5994,6	7043	166	27490
2006	6716	7727,1	6629	87	7535
2007	6646	10076,9	6068	578	334450
2008	5957	13071,9	5352	605	366033
2009	5130	13915,6	5150	-20	415
2010	4867	16689	4488	379	143911
2011	4569	19746,7	3757	812	659392
2012	4361	22007,9	3217	1144	1309582
2013	1603	24736	2565	-962	924903
2014	1611	26250,5	2203	-592	350240
2015	1669	27503	1904	-235	54995
2016	1466	28250	1725	-259	67084
2017	1347	29306	1473	-126	15791
среднее	4756		4756	0,00	314680

Гиперболическая модель.

Успешно гиперболическая модель применяется для описания зависимости предельного расхода электроэнергии на единицу продукции от объема выпущенной продукции, описания связи безработицы с изменениями зарплат, объема потребления товаров или услуг с доходом потребителя при неизменных ценах и предпочтениях.

Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 2588{,}706 + \frac{20708543}{X}. \qquad (2)$$

Среднее значение ошибки равно 0, среднее значение квадрата ошибки – 2261966 (Табл. 2).

Таблица 2
Гиперболическая модель

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	9173	-2367	5604102
2002	7063	4144	7586	-523	273468
2003	6933	5381	6437	496	245855
2004	6900	6672,5	5692	1208	1458607

2005	7209	5994,6	6043	1166	1358998
2006	6716	7727,1	5269	1447	2094691
2007	6646	10076,9	4644	2002	4008976
2008	5957	13071,9	4173	1784	3182980
2009	5130	13915,6	4077	1053	1109105
2010	4867	16689	3830	1037	1076290
2011	4569	19746,7	3637	932	867850
2012	4361	22007,9	3530	831	691117
2013	1603	24736	3426	-1823	3322923
2014	1611	26250,5	3378	-1767	3120833
2015	1669	27503	3342	-1673	2797798
2016	1466	28250	3322	-1856	3443815
2017	1347	29306	3295	-1948	3796020
среднее	4756		4756	0	2261966

Среднее значение квадрата ошибки для гиперболической модели оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, гиперболическая модель в данном случае не подходит.

Степенная модель.

Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 4522547 * X^{-0,74495}. \qquad (3)$$

Среднее значение ошибки равно 96, среднее значение квадрата ошибки – 2741430 (Таб. 3).

Таблица 3
Степенная модель

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	11216	-4410	19445874
2002	7063	4144	9132	-2069	4282319
2003	6933	5381	7518	-585	341656
2004	6900	6672,5	6404	496	245644
2005	7209	5994,6	6936	273	74276
2006	6716	7727,1	5741	975	950238
2007	6646	10076,9	4711	1935	3744692
2008	5957	13071,9	3881	2076	4310884
2009	5130	13915,6	3704	1426	2033292
2010	4867	16689	3235	1632	2663266
2011	4569	19746,7	2854	1715	2941280
2012	4361	22007,9	2633	1728	2987548
2013	1603	24736	2413	-810	656208
2014	1611	26250,5	2309	-698	486608
2015	1669	27503	2230	-561	314485
2016	1466	28250	2186	-720	517992
2017	1347	29306	2127	-780	608043

среднее	4756		4661	96	2741430

Среднее значение квадрата ошибки для степенной модели оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, степенная модель в данном случае не подходит.

Показательная модель.

Показательная модель применяется в демографических расчетах и в страховом деле. Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 11135{,}74 * 0{,}999934538^X. \quad (4)$$

Среднее значение ошибки равно 13, среднее значение квадрата ошибки – 1063749 (Табл. 4).

Таблица 4

Показательная модель

Год	Y	X7	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	9064	-2258	5097160
2002	7063	4144	8490	-1427	2036061
2003	6933	5381	7830	-897	803721
2004	6900	6672,5	7195	-295	86883
2005	7209	5994,6	7521	-312	97492
2006	6716	7727,1	6715	1	1
2007	6646	10076,9	5757	889	789589
2008	5957	13071,9	4732	1225	1499743
2009	5130	13915,6	4478	652	425012
2010	4867	16689	3735	1132	1282377
2011	4569	19746,7	3057	1512	2285843
2012	4361	22007,9	2636	1725	2974012
2013	1603	24736	2205	-602	362725
2014	1611	26250,5	1997	-386	149084
2015	1669	27503	1840	-171	29206
2016	1466	28250	1752	-286	81847
2017	1347	29306	1635	-288	82978
среднее	4756		4743	13	1063749

Среднее значение квадрата ошибки для показательной модели оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, показательная модель в данном случае не подходит.

Логарифмическая модель.

Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 31204{,}303373 - 2804{,}38 * \ln(X). \quad (5)$$

Среднее значение ошибки равно 0, среднее значение квадрата ошибки – 1027039 (Табл. 5).

Таблица 5
Логарифмическая модель

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	8619	-1813	3287062
2002	7063	4144	7845	-782	612218
2003	6933	5381	7113	-180	32365
2004	6900	6672,5	6510	390	152393
2005	7209	5994,6	6810	399	159143
2006	6716	7727,1	6098	618	381786
2007	6646	10076,9	5354	1292	1670518
2008	5957	13071,9	4624	1333	1777526
2009	5130	13915,6	4448	682	464634
2010	4867	16689	3939	928	861754
2011	4569	19746,7	3467	1102	1214639
2012	4361	22007,9	3163	1198	1435549
2013	1603	24736	2835	-1232	1518172
2014	1611	26250,5	2668	-1057	1118285
2015	1669	27503	2538	-869	754774
2016	1466	28250	2463	-997	993261
2017	1347	29306	2360	-1013	1025576
среднее	4756		4756	0	1027039

Среднее значение квадрата ошибки для логарифмической модели оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, логарифмическая модель в данном случае не подходит.

Логистическая модель часто используется в экономике для описания процессов первоначального медленного роста, переходящего в быстрый подъем, а потом наступающего насыщения.

Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = \frac{7210}{1+0{,}011898*\exp[0{,}0002374*(X-3000)]}\ . \quad (6)$$

Среднее значение ошибки равно -121, среднее значение квадрата ошибки – 216053 (Табл. 6).

Таблица 6
Логистическая модель

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	7122	-316	100039
2002	7063	4144	7099	-36	1308
2003	6933	5381	7062	-129	16669
2004	6900	6672,5	7011	-111	12211
2005	7209	5994,6	7039	170	28744
2006	6716	7727,1	6956	-240	57473
2007	6646	10076,9	6777	-131	17209
2008	5957	13071,9	6380	-423	179153
2009	5130	13915,6	6221	-1091	1191277
2010	4867	16689	5517	-650	421938

2011	4569	19746,7	4411	158	24896
2012	4361	22007,9	3457	904	816530
2013	1603	24736	2345	-742	550719
2014	1611	26250,5	1815	-204	41651
2015	1669	27503	1442	227	51754
2016	1466	28250	1248	218	47628
2017	1347	29306	1010	337	113707
среднее	4756		4877	-121	216053

Среднее значение квадрата ошибки для логистической модели оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, логистическая модель в данном случае не подходит.

Модель Гомперца описывает ситуацию с мобильными телефонами.

Пока стоимость была высокой, рост количества был медленный, затем наступил период бурного роста, потом наступило насыщение. Модель Гомперца также применялась в демографии при описании численности населения в ограниченном пространстве. Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 3246 * \exp[0{,}7 * \exp\{-6{,}55949 * 10^{-5} * (X - 3000\}] . \qquad (7)$$

Среднее значение ошибки равно 1, среднее значение квадрата ошибки – 2172210 (Таб. 7).

Таблица 7
Модель Гомперца

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	6493	313	97675
2002	7063	4144	6214	849	720666
2003	6933	5381	5907	1026	1051850
2004	6900	6672,5	5627	1273	1620634
2005	7209	5994,6	5769	1440	2072178
2006	6716	7727,1	5424	1292	1669755
2007	6646	10076,9	5040	1606	2578263
2008	5957	13071,9	4660	1297	1682652
2009	5130	13915,6	4570	560	313601
2010	4867	16689	4317	550	302255
2011	4569	19746,7	4099	470	220744
2012	4361	22007,9	3969	392	153349
2013	1603	24736	3841	-2238	5007216
2014	1611	26250,5	3780	-2169	4704836
2015	1669	27503	3735	-2066	4268035
2016	1466	28250	3710	-2244	5035304
2017	1347	29306	3677	-2330	5428559
среднее	4756		4755	1	2172210

Среднее значение квадрата ошибки для модели Гомперца оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, модель Гомперца в данном случае не подходит.

Модель Гомперца – Мейкхама.

Согласно закону Гомпертца – Мейкхама [58], смертность является суммой независимого от возраста компонента (члена Мейкхама) и компонента, зависимого от возраста (функция Гомпертца), который возрастает с возрастом и описывает старение организма. В защищённых средах, где внешние причины смерти отсутствуют (в лабораторных условиях, в зоопарках или для людей в развитых странах) независимый от возраста компонент часто становится малым, и формула упрощается до функции Гомпертца.

Закон смертности Гомпертца – Мейкхама хорошо описывает динамику смертности человека в диапазоне возраста 30–80 лет. В области большего возраста смертность не возрастает так быстро, как предполагает этот закон смертности.

До 1950-х годов смертность людей была в большей мере вызвана независимым от времени компонентом закона смертности (членом или параметром Мейкхама), тогда как зависимый от возраста компонент (функция Гомпертца) почти не изменялась. После 1950-х годов картина изменилась, смертность в позднем возрасте снизилась и кривая выживания сгладилась.

Метод наименьших квадратов привел к результату

$$Y_м = 3246 * \exp\left[0{,}7 * 3{,}510116^{-6{,}55949*10^{-5}*(X-3000)} + 0{,}07826\right]. \quad (8)$$

Среднее значение ошибки равно -190, среднее значение квадрата ошибки – 2087284 (Табл. 8).

Таблица 8

Модель Гомперца – Мейхама

Год	Y	X	Yм	e	e^2
2001	6806	3145	7010	-204	41719
2002	7063	4144	6638	425	181032
2003	6933	5381	6240	693	479822
2004	6900	6672,5	5888	1012	1023495
2005	7209	5994,6	6066	1143	1306788
2006	6716	7727,1	5640	1076	1157161
2007	6646	10076,9	5189	1457	2123706
2008	5957	13071,9	4764	1193	1423660
2009	5130	13915,6	4667	463	214216
2010	4867	16689	4403	464	214925
2011	4569	19746,7	4187	382	146171
2012	4361	22007,9	4063	298	88706
2013	1603	24736	3945	-2342	5486363
2014	1611	26250,5	3892	-2281	5201169
2015	1669	27503	3852	-2183	4767512
2016	1466	28250	3831	-2365	5593873
2017	1347	29306	3803	-2456	6033512
среднее	4756		4946	-190	2087284

Среднее значение квадрата ошибки для модели Гомперца – Мейхама оказалось больше аналогичной величины для линейной модели. Следовательно, модель

Гомперца – Мейхама в данном случае не подходит.

Из вышеизложенного можно сделать следующий вывод. На примере Свердловской области определено, что количество пожаров линейно зависит от потребительских расходов в среднем на душу населения в месяц.

Литература

1. Асанина Д. А., Шишов В. Ф. Прогнозирование количество городских пожаров в регионе // Концепт. 2014. Т. 20. С. 3256–3260. URL: http://e-koncept.ru/2014/54915.htm.
2. Салихова А. Х., Самойлов Д. Б., Шварев Е. А. и др. Опыт прогнозирования обстановки с пожарами на территории субъекта Российской Федерации на примере Ивановской области // Техносферная безопасность. 2018. № 1 (18). С. 9–16.
3. Самойлов Д. Б., Салихова А. Х., Шварев Е. А. и др. Разработка программы прогнозирования пожаров на объектах защиты на основе статистических данных // Актуальные вопросы совершенствования инженерных систем обеспечения пожарной безопасности объектов: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции, 18 апреля 2017 г., Иваново. – Иваново: ФГБОУ ВО Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2017. – С. 3–5.
4. Есина М. Г., Хонгорова О. В. Моделирование пожарной статистики в SPSS // Успехи современной науки и образования. 2017. Т. 1, № 1. С. 130–133.
5. Кайбичев И. А., Ергин С. В. Сравнительный анализ методов прогнозирования пожаров на примере Курганской области // Пожаровзрывобезопасность. 2009. Т. 10, № 2. С. 40–46.
6. Харченко М. А. Корреляционный анализ. Воронеж, 2008. 31 с.
7. Рубан А. И. Методы анализа данных. Красноярск, 2004. 319 с.
8. Лакин Г. Ф. Биометрия. М., 1990. 350 с.
9. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2002–2018: стат. сборник. М., 2002–2018.
10. Пожары и пожарная безопасность в 2005–2018: стат. сборник. М., 2005–2018.

Referenses

1. Asanina D. A., SHishov V. F. Prognozirovanie kolichestvo gorodskih pozharov v regione // Koncept. 2014. T. 20. S. 3256–3260. URL: http://e-koncept.ru/2014/54915.htm.
2. Salihova A. H., Samojlov D. B., Shvarev E. A. et al. Opyt prognozirovaniya obstanovki s pozharami na territorii sub"ekta Rossijskoj Federacii na primere Ivanovskoj oblasti // Tekhnosfernaya bezopasnost'. 2018. № 1 (18). P. 9–16.
3. Samojlov D. B., Salihova A. H., Shvarev E. A. Razrabotka programmy prognozirovaniya pozharov na ob"ektah zashchity na osnove statisticheskih dannyh // Aktual'nye voprosy sovershenstvovaniya inzhenernyh sistem obespecheniya pozharnoj bezopasnosti ob"ektov: materialy IV Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii, 18 aprelya 2017 g., Ivanovo. – Ivanovo: FGBOU VO Ivanovskaya pozharno-spasatel'naya akademiya GPS MCHS Rossii, 2017. – P. 3–5.
4. Esina M. G., Hongorova O. V. Modelirovanie pozharnoj statistiki v SPSS // Uspekhi sovremennoj nauki I obrazovaniya. 2017. T. 1, № 1. P. 130–133.
5. Kajbichev I. A., Ergin S. V. Sravnitel'nyj analiz metodov prognozirovaniya pozharov na primere Kurganskoj oblasti // Pozharovzryvobezopasnost'. 2009. T. 10, № 2. P. 40–46.
6. Xarchenko M. A. Korrelyacionny`j analiz. Voronezh, 2008. 31 p.
7. Ruban A. I. Metody` analiza danny`x. Krasnoyarsk, 2004. 319 p.
8. Lakin G. F. Biometriya. M., 1990. 350 p.
9. Regiony Rossii. Social'no-ekonomicheskie pokazateli. 2002–2018: stat. sbornik. M., 2002– 2018.
10. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2005–2018: stat. sbornik. M., 2005–2018.